සොබාදහමෙහි සැඟවුණු ගණිත රටා

ආචාර්ය දීපාල් සුබසිංහ

ස්වභාවධර්මය ඉතා හොඳ ගණිතඥයකු බව ඔබ දන්නවාද? ගණිතය යන වචනය ඇසෙන විට අප බොහෝදෙනෙකුට සිහිවන්නේ සංඛ්‍යා, වීජ සමීකරණ, ජ්‍යාමිතික හැඩතල, ප්‍රස්තාර ආදිය නොවේද? නමුත් ස්වභාවධර්මයේ ඇති අලංකාර මල්, සිප්පි කටු, පලතුරු හා ඇට වර්ග සතුන්ගේ සම මතුපිට හෝ පිටත කබොලුවල ඇති රටා, මේ සියල්ලම යම් යම් ගණිත න්‍යායන්ට අනුව සැකසෙන බව ඔබ දන්නවාද? ගොලුබෙල්ලෙකුගේ නැතිනම් මුහුදු බෙල්ලෙකුගේ පිටත කවචය ඒ ආකාරයට සර්පිලාකාර ලෙස හැඩගැසෙන්නේ ඇයි? ඒ සතුන් වැඩෙන විට ඒ හැඩය වෙනස්නොවී පවත්වාගෙන යමින් විශාල වන්නේ කොහොමද?
අපි පළමුව ඒ ගැන සලකා බලමු ස්වභාවධර්මයේ ඇති රටා හඳුනාගැනීම පහසුවුවත් තේරුම්ගැනීම පහසු නැත. ජීව විද්‍යාඥයෝ ගස්වැල්, එල, මල් පලතුරුවල, එසේත් නැතිනම් සතුන්ගේ පවතින රටා අධ්‍යයනය කරමින් ඒවා ජීව විද්‍යාත්මක විස්තර කිරීම හා ඒවාගේ ජීව විද්‍යාත්මක හෝ පරිනාමීය හෝ පදනම් ලබාදීම සඳහා උත්සහ කරති.
නමුත් මේ ජීවී මෙන්ම සමහර අජීව වස්තූන්ගේද ඇති රටා ගණිතමය න්‍යායයන් අනුව හැඩගැසෙන බව බොහෝ දෙනෙක් නොදනිති, නැතහොත් අමතක කරති.
ජීවය, තම පැවැත්ම සඳහා සැමවිටම අරගලයක යෙදී සිටී. මේ අරගලයේදී ස්වභාවධර්මයේත්, පරිසරයේත් ඇති නොයෙකුත් සාධක මෙන්ම තමා වටා සිටින තම වර්ගයාගෙනුත් ඇතිවන බලපෑම් අතරින් තම ඉලක්කය කරා යාමට පහසුම මග තෝරාගැනීම සිදුවේ.

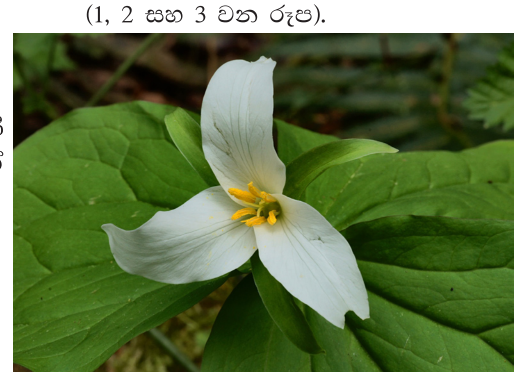
මෙවැනි අවස්ථාවල ඇතිවන සමහර රටා ඉතා සංකීර්ණ වන අතර සමහර රටා අපට පහසුවෙන්ම දැකගත හැකිවේ.

උදාහරණයකට සරල ගණිතමය ශ්‍රේණියක් සලකමු.
2,4,6,8,10.... වැනි ශ්‍රේණියක් ඇතිවන්නේ පළමු අංකයට 2ක් එකතුකිරීමෙන් බව පැහැදිලිය. වෙනත් ඕනෑම ගණිත රීතියක් උපයෝගී කරගෙන මෙවැනි ශ්‍රේණි සෑදිය හැකි වුවත් සමහර රීතිවලින් සැදෙන රටා අනෙකුත් රටාවනට වඩා සිත් ගන්නා සුලුය.
ෆිබොනාචි (Fibonacci) විසින් නිර්මාණය කළ පහත සඳහන් ශ්‍රේණිය ඉතාමත් අලංකාර රටා මවයි.

මෙහි ගණිතමය රීතිය වනුයේ බින්දුවෙන් සහ 1න් පටන්ගෙන එම අංක එකිනෙකට එකතු කරමින් ඊළඟ අංකය සෑදීමයි.
උදාහරණයකට
$0+1=1$
$1+1=2$
$1+2=3$
$2+3=5$
$3+5=8$
$5+8=13$
$8+13=21$
--------- යනාදී වශයෙනි.
එවිට ෆිබොනාචි ශ්‍රේණිය 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34 යනාදී ලෙස ලැබේ. මීළඟ වතාවේ ඔබ මල් උයනකට හෝ මලින් පිරි ගෙවත්තකට හෝ ගිය විට මල්වල ඇති පෙති ගණන ගණන් කර බලන්න.

විශාල සංඛ්‍යාවක් මල්වල පෙති 5ක් හෝ 8ක් ඇති බවත් ඊට වඩා වැඩි බවත් ඔබට පෙනී යාවි.

එසේම පෙති හතරේ (4) මල් දුලබ බවත් ඔබ දකීවි. සමහර මල්වල පෙති 6ක් ඇති අතර ඒවා බොහෝවිට යුගල 3කින් සෑදුනු ඒවා වේ. අංක 4 ෆිබොනාචි ශ්‍රේණියට අයත් නැත (1, 2 සහ 3 වන රූප).



1 වන රූපය : පෙති තුනෙහි මලක්

2 වන රූපය : පෙති පහක මලක්

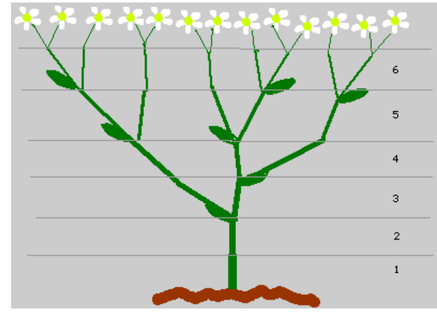
3 වන රූපය : පෙති හයක මලක්

ඔබ කඳුකර පෙදෙසක සිටින්නේ නම් හෝ පයිනස් ගස් ඇති පෙදෙසකට යන්නේ නම් පයිනස් ගෙඩියක් රැගෙන බලන්න. ඒවායේ ''පෙති'' සැකසී ඇති ආකාරය හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

එම පෙති සර්පිලාකාර ආකාරයට සැකසී ඇති බව පැහැදිලිව පෙනේවි. හොඳින් බැලූ විට වාමාවර්ථව මෙන්ම දක්ෂිණාවර්ථවද කැරකෙන සර්පිල හඳුනාගැනීමට ඔබට හැකි වේවි. මේ සර්පිලාකාර රේඛා ගණන් කළොත් ඒවා ෆිබොනාචි ශ්‍රේණියේ එක ළඟ අංක දෙකක් නිරූපණය කරන බව ඔබට පෙනේවි (4 වන සහ 5 වන රූප).

සමහර පැළෑටි වර්ගවල අතු බෙදී තිබෙන පරතර අධ්‍යයනය කරන විටද ෆිබොනාචි ශ්‍රේණිය නිරීක්ෂණය කළ හැකිය. යම්කිසි පැළෑටියක් අලුතෙන්ම පැළ වූ අවස්ථාවක් සලකන්න. පළමු අතු බෙදීම සිදුවීමට පෙර එහි කඳ ශක්තිමත් වීම අත්‍යවශ්‍යය. මේ සඳහා මාස 2ක් අවශ්‍ය වේ යැයි සිතමු. කඳේ පළමු අතු බෙදීම මාස 2කට පසුවත් ඉන්පසු සෑම මාසයකට වරක් අතු බෙදීමක් සිදුවුවහොත් එය 6 වන රූපයේ පරිදි වනු ඇත. මෙයට හොඳම උදාහරණයක් නම් *Achillea ptarmica* නම් උද්භිද විද්‍යාත්මක නාමයෙන් හඳුන්වන කුඩා පැළෑටියකි (7 වන රූපය). පරිසරය හොඳින් අධ්‍යයනය කරන විට තවත් පැළෑටි විශාල සංඛ්‍යාවක් හඳුනාගත හැකිය.

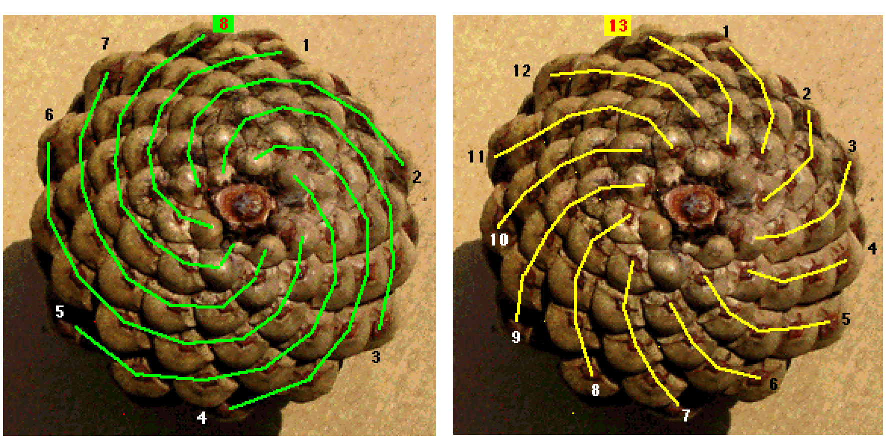
මී මැසි ජනපදයක ගහණය සැලකූ විටද අපට තවත් සැඟවුණු ෆිබොනාචි රටා දැකිය හැකිය. මී මැසි ගහණයක රැජනක් සහ ''වැඩකාර'' මැස්සියනුත් පිරිමි මී මැස්සන් සුලු පිරිසකුත් සිටින බව අපි දනිමු. සියලුම මැස්සන් හා මැස්සියන් රැජනගේ දරුවෝය. ගැහැනු මී මැස්සන් සංසේචනය වූ බිත්තරවලින් උපදින බවත් අපි දනිමු. දැන් අපි පිරිමි මී මැස්සකුගේ ''පරම්පරාව'' සලකා බලමු.



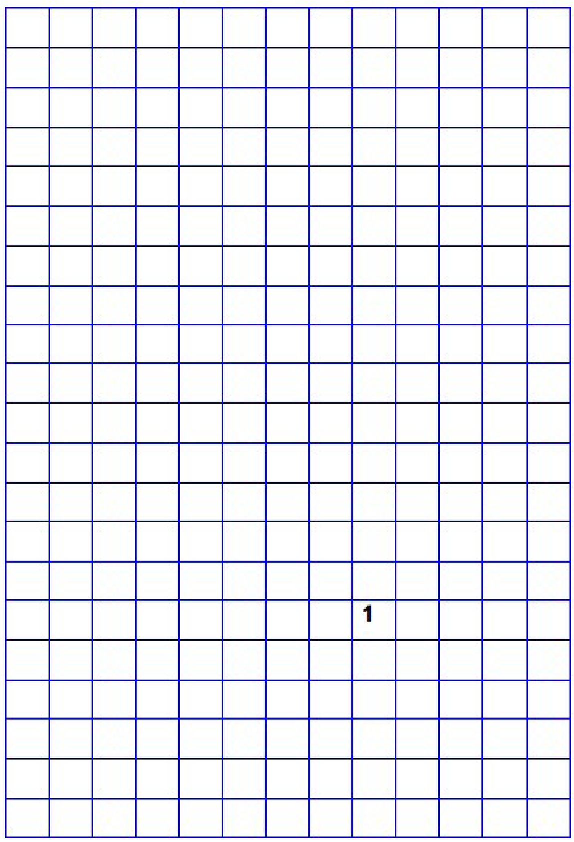
6 වන සහ 7 වන රූප : Achillea ptarmica **නම් පැළෑටියේ අතු බෙදී ඇති ආකාරය**

පිරිමි මී මැස්සාට ඇත්තේ මවක් (රැජන) පමණි. එනම්, එක දාරකයෙකි - (1). නමුත් ඔහුට සීයා කෙනෙක් සහ ආච්චි කෙනෙක් (එනම්, රැජනගේ මාපියන්) ඇත - (2). ඔහුට (ඔහුගේ සීයාට පියෙකු නැති නිසා) මුත්තා කෙනෙක් නැත. මේ ශ්‍රේණිය සැලකුවහොත් එය 1,2,3,5,8,.... ආකාරයට වන බව පැහැදිලි වේ.

දැන් අපි ෆිබොනාචි සර්පිලයක් නිර්මාණය කරමු. ඒ සඳහා මුලින්ම කොටු 13 x 21 ප්‍රමාණයේ ප්‍රස්ථාර



4 වන සහ 5 වන රූප : පයිනස් ගෙඩියේ පෙති සැකසී ඇති ආකාරය



8 වන රූපය : මුල්ම අංකය 1 ප්‍රස්තාර කොලයේ (9,5) ඛණ්ඩාංකයේ ලකුණු කිරීම.

කොලයක් අවශ්‍ය වේ. මුල්ම අංකය වන 1 එම ප්‍රස්ථාර කොලයේ (9,6) ඛණ්ඩාංකයේ ලකුණු කරන්න (8 වන රූපය).

දැන් මෙම කොටුවේ උඩ කෙළවර සිට එහි පහළ විකර්ණය දක්වා කවාකාරව චාපයක් ඇඳ එය ඊට වම්පසින් ඇති කොටුවේ ඉහළ විකර්ණය දක්වා දිගු කරන්න. ඉන්පසු ඊට ඉහළින් ඇති 2 x 2 කොටුවේ ඉහළ විකර්ණයට එම චාපය දිගු කරන්න. නැවත එම චාපය දකුණු පස ඇති 3 x 3 කොටුවටත් ඉන්පසු 5 x 5 කොටුවටත් 8 x 8 කොටුවටත් අවසානයේ ඉතිරිවන 13 x 13 කොටුවටත් නොකැඩී රේඛාවක් ලෙස ඇඳීම සිදුකරන්න. එය ෆිබොනාචි සර්පිලයක් වේ (9 වන රූපය). මේ සර්පිලය (10 වන, 11 වන, 12 වන සහ 13 වන රූපවල) දැකිය හැකි දැයි සිතා බලන්න.

දැන් අපි ෆිබොනාචි ශ්‍රේණියේ ඇති සංඛ්‍යා නැවත නිරීක්ෂණය කරමු. 1,3,5,8,13,21,34,.... මේ සංඛ්‍යා එහි අනුයාත සංඛ්‍යා සමඟ දක්වන අනුපාතය සලකා බලමු.

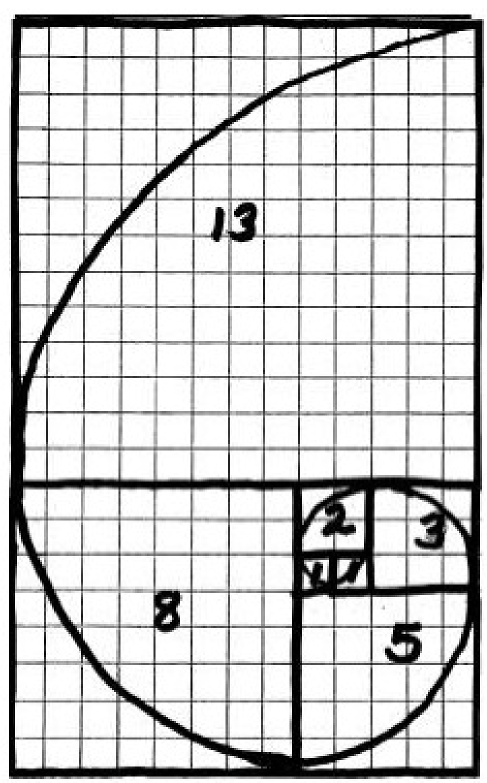
$2 \div 1 = 2$
$3 \div 2 = 1.5$
$5 \div 3 = 1.666....$
$8 \div 5 = 1.6$
$13 \div 8 = 1.625$
$21 \div 13 = 1.615$
$34 \div 21 = 1.619$

මේ අනුපාතය ක්‍රමයෙන් 1.61803 ට ලංවන බව ඔබට දක්නට ලැබේවි. පයිනස් ගෙඩියේ වාමාවර්ථ රේඛා ගණන හා දක්ෂිණාවර්ථ රේඛා ගණන අතර අනුපාතයද මෙයම බව ඔබට දක්නට හැකිවේවි. මෙය ෆිබොනාචි ශ්‍රේණියේ ''ස්වර්ණමය'' අනුපාතයයි. ඔබට ඔබගේ ගණක යන්ත්‍රයෙන් හෝ ජංගම දුරකථනයේ ඇති ගණකය (Calculator) භාවිත කිරීමෙන්ද මෙවැනිම දෙයක් කළ හැකිය. පළමුව අංක 1 ඇතුලත් කර 1/x බොත්තම තද කරන්න. ඊට අංක 1 එකතු කර 1/x නැවත තද කරන්න.

ඊට අංක 1 එකතු කර 1/x නැවත තද කරන්න.

මේ අයුරින් කැල්කියුලේටරයේ තිරය මත ඇති සංඛ්‍යාව නොවෙනස් අගයකට එනතුරු එය සිදුකරගෙන යන්න. එම නොවෙනස්වන සංඛ්‍යාව 1.61803.... බව ඔබට දක්නට ලැබේවි.

මෙවැනි අනුපාතයක් එසේත් නැතිනම් ශ්‍රේණියක් ස්වාභාවික ගහකොළ මල් පලතුරු හෝ සතුන්ගේ සැකිලි වලට ලැබෙන්නේ කෙසේද? මෙයට නොයෙකුත් විද්‍යාත්මක පිළිතුරු දිය හැකියි. උදාහරණයකට ගසක පත්‍ර පිහිටා ඇත්තේ සර්පිලාකාරව නම් එම ගසේ පහළ පත්‍රවලට ඉහළ පත්‍ර මඟින් හිරුඑළිය වසා ගැනීමේ අවස්ථාව මග හරවයි. එමඟින් සියලු පත්‍රවලට හිරුඑළිය යම් ප්‍රමාණයක් වැටෙන අතර ඉහළ ඇති තරුණ පත්‍ර වැඩි හිරුඑළියක් ලබා ගනිමින් වැඩි ආහාර ප්‍රමාණයක් නිපදවයි.

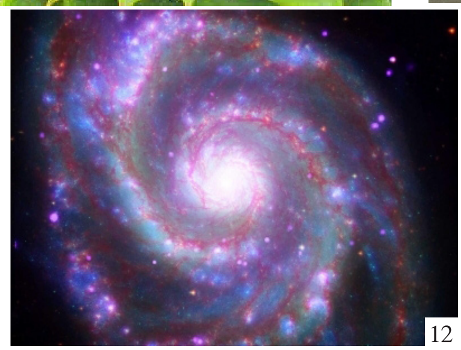


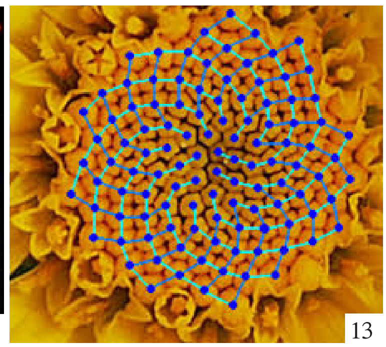
9 වන රූපය : ෆිබොනාචි සර්පිලය ගොඩනැගෙන ආකාරය

දැන් අපි ස්වභාවධර්මයේ ඇති තවත් සරල හැඩයක් සලකා බලමු. පරමාණුවක හෝ කුඩා සෛලයක සිට විශ්වයේ ඇති ග්‍රහලෝක, තාරකා දක්වා වූ ස්වාභාවික වස්තු වෘත්තාකාර හෝ ගෝලාකාර හැඩයක් ගන්නා බව නොරහසකි. මුලින්ම සෛලයක් සලකා බලමු. පහසුව සඳහා ද්වීමාන සෛලයක්, එනම් තලයක් මත ඇති පැතලි සෛලයක් සලකමු. ජීවත්වන සෛලයක් ජලය හා ආහාර


10


11


12


13

10 වන සහ 11 වන 12 වන සහ 13 වන රූප : ෆිබොනාචි සර්පිල සැකසී ඇති ආකාරය

1 වන වගුව : පරිමිතිය සහ වර්ගඵලය අතර අනුපාතය

හැඩය	පැති ගණන	පරිමිතිය	වර්ගඵලය	පරිමිතිය/වර්ගඵලය
සමපාද ත්‍රිකෝණය	3	45.5901	100	0.456
චතුරස්‍රය	4	40.0	100	0.4
ශඩස්‍රය	6	37.22	100	0.372
වෘත්තය	අනන්තයකි	35.449	100	0.354

2 වන වගුව : පරිමාව සහ පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය අතර අනුපාතය

හැඩය	මුහුණත් ගණන	පරිමාව	පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය
ටෙට්‍රාහීඩ්‍රන් (පිරමීඩාකාර)	4	1	7.21
චතුරස්‍රය	6	1	6
ශඩස්‍රය	8	1	5.72
වෘත්තය	අනන්තයකි	1	4.84

භාවිත කරමින් තම ප්‍රමාණය විශාල කරගැනීමට උත්සාහ දරයි. නමුත් මෙහිදී සෛලයට මුහුණ පෑමට සිදුවන ප්‍රශ්නයක් නම් එහි ඇති ජලය සෛල බිත්ති හරහා පිටතට යාමේ ප්‍රවනතාවයයි. මෙය අවම කරගැනීමට නම් සෛල බිත්තිවල දිග එනම් පරිමිතිය අවම කරගත යුතුවේ. මේ සඳහා සෛලය තම පරිමිතිය අවම කරගනිමින් වර්ගඵලය උපරිම කර ගැනීමට උත්සුක වේ.

මේ සෛලයට විවිධ හැඩතල අතුරින් එකක් තෝරාගැනීමට දී ඇතැයි සිතන්න. වෘත්තයක්, ත්‍රිකෝණයක්, චතුරස්‍රයක්, ශඩස්‍රයක් වැනි හැඩතල සලකා බලමු. සසඳා බැලීම පිණිස වර්ග සෙ.මී. 100ක වර්ගඵලයක් ඇති හැඩතලයක් සලකමු.

මේ අනුව පරිමිතිය:වර්ගඵලය අතර අනුපාතය අවම වන්නේ වෘත්තයෙහි බව පෙනේ (1 වන වගුව). දැන් අපි ත්‍රිමානයේ ඇති හැඩතලයන් සලකා බලමු. එහිදී පරිමිතිය වෙනුවට පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය වැදගත් වේ. මෙහිදී ගෝලාකාර වස්තුව අවම පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලයක් තබාගනිමින් උපරිම පරිමාවක් ලඟා කරගන්නා බව පැහැදිලිය (2 වන වගුව). ඉහළ සිට වැටෙන ද්‍රව බිදු (වැහි බිඳු ආදිය) මෙන්ම ග්‍රහ වස්තුද සබන් පෙණ බුබුලුද ගෝලාකාර වීමට හේතුව ඒවායේ පෘෂ්ඨීය ක්ෂේත්‍රඵලය අවම කර ගැනීමට උත්සාහ දරන නිසාය. ඔබ කුමන හැඩයක රාමුවක් ගත්තත් ඔබ සාදන සබන් බෝල ගෝලාකාර හැඩයක් පමණක්ම ගන්නේ මේ නිසාය.

මහනුවර
හන්තාන පාර
මූලික අධ්‍යයන ආයතනයේ
ජ්‍යෙෂ්ඨ විද්‍යාඥ
ආචාර්ය දීපාල් සුබසිංහ